

## CH15 習題提示

### CH15.1

4.7.11.14.17.25.

皆相同，直接雙重積分即可，積分範圍皆為矩形。  
若有需要可直接調換積分順序且不須變換積分範圍  
積分時注意變數，非目標變數則先當為常數(同偏微分概念)

### CH15.2

- 19.可直接積分，和定積分一樣帶入上下界即可
- 21. $e^{x+y} = e^x e^y$  對其一變數積分時另一變數視為常數
- 25.畫圖後判定積分範圍，推薦  $dydx$
- 36. 43.44. 題目要求為畫圖，以及寫出等價積分式(調換積分順序)
- 47.無法先對  $y$  再對  $x$  積分，所以轉換積分順序，注意上下界變動
- 49.也可直接積分，不過轉換積分順序後再做積分會容易許多
- 60.畫圖判定積分範圍，積分目標函數為  $3 - y$ ，範圍用  $x^2 + y^2 = 4$  來判斷

### CH15.3

- 1.X,Y 座標軸和  $X+Y=2$  畫圖，積分
- 4.一樣畫圖後積分，對  $y$  積分會有不符函數的問題所以一律先對  $x$  再對  $y$  積分
- 14.直接積分即可
- 18.直接個別積分後再相加
- 21.積分範圍為矩形，對誰先積分皆相同。注意答案要的為“平均高度”
- 22.積分範圍為矩形，直接積分。

### CH15.4

- 9.可直接先積分完  $y$  後再使用三角轉換，或是直接先轉換成極座標
- 17.19. 20.極座標轉換，注意使用原本  $XY$  的上下界來判斷半徑大小和角度範圍
- 27. 28 和常見的雙重積分一樣從  $\iint 1dxdy$  出發，不過因為極座標，所以為  $\iint r dr d\theta$  注意角度的範圍

答案

### CH15.1

$$4. \frac{2}{3}$$

$$7.2 \ln 2 - 1$$

$$11. \frac{3}{2}$$

$$14. \frac{8}{3}$$

$$17. \frac{1}{2}$$

$$25.1$$

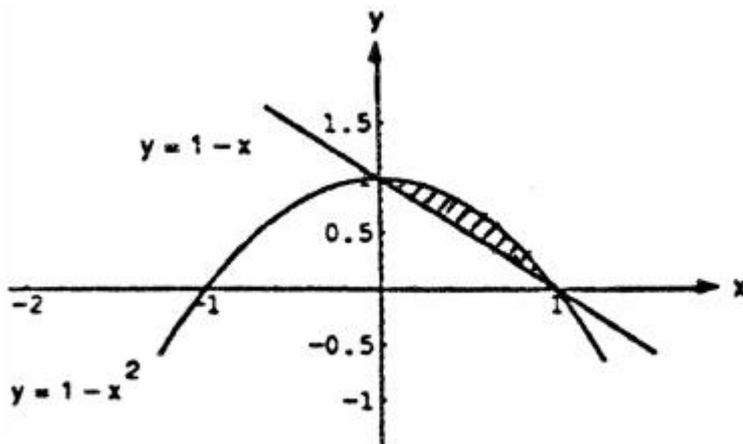
CH15.2

$$19. \frac{\pi^2}{2} + 2$$

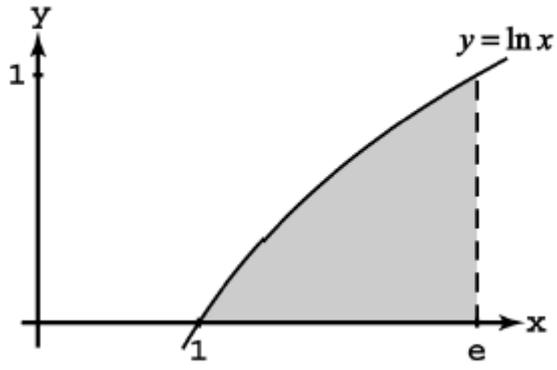
$$21.8 \ln 8 - 16 + e$$

$$25. \frac{3}{2} \ln 2$$

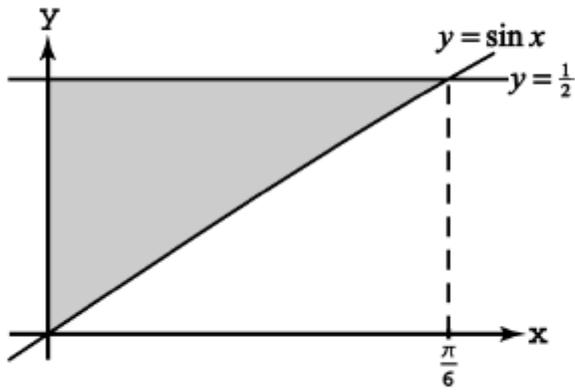
$$36. \int_0^1 \int_{1-y}^{\sqrt{1-y}} dx dy$$



$$43. \int_0^1 \int_{e^y}^e xy dx dy$$



$$44. \int_0^{\frac{1}{2}} \int_0^{\sin^{-1} y} xy^2 dx dy$$



$$47. 2$$

$$49. \frac{e-2}{2}$$

$$60. \frac{9\pi-8}{3}$$

CH15.3

$$1. 2$$

$$4. \frac{4}{3}$$

$$14. \frac{9}{2}$$

$$18. \frac{32}{3}$$

$$21. \frac{8}{3}$$

$$22. 1$$

CH15.4

9.  $\frac{\pi}{2}$

17.  $(1 - \ln 2)\pi$

19.  $\frac{\pi}{2}(2\ln 2 - 1)$

20.  $\pi(\ln 4 - 1)$

27.  $2(\pi - 1)$

28.  $\frac{8+\pi}{4}$