

第五章習題提示與解答

5-1

講義上漏了 x 範圍是 $1\sim 5$

1. 注意上和 下和 中點法各自使用的點，再按照公式算即可。

5-2

21.26.27.32.

單純使用 $\sum k, k^2, k^3$ 等公式即可。

34.

畫圖，要注意是用中點法

5-3

1.4.6.

Δx_k 視為積分中的 dx c_k 為目標積分函數帶入分割點後的值

29.34.44.45.49

單純算出其反導函數後代入上下限

52.54.

用黎曼和，將區間 $[0, b]$ 切成 n 等份，然後 $n \rightarrow \infty$ 求出極限值

56.61.

使用積分的平均值的定義 $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$

5-4.

1.8.14.19.24.

直接積分即可。

27.

因取絕對值，須以 0 為界將積分分成兩部分。

29.30.

(a) 先積分完得到結果再微分

(b) 微積分基本定理

33.39.

微積分基本定理

41.44.

直接積分，注意積分範圍中若有函數值為負的區域則需要將此積分分割。

5-5

**注意令新變數的時候，要讓其微分出來的 x 可以積分函數中代換完後剩餘的 x 給消掉。 **

8. 考慮 x^2 微分後會是 $2x$

11. 考慮 r^3 微分後會是 $3r^2$

13. 考慮 $x^{\frac{3}{2}}$ 微分後會是 $\frac{3}{2} \times x^{\frac{1}{2}}$

16. 考慮 $5x + 8$ 微分後是 5

19. 考慮 θ^2 微分後是 2θ

21. 考慮 \sqrt{x} 微分後是 $\frac{1}{\sqrt{x}}$

25. 考慮 $\sin x$ 微分後是 $\cos x$

31. 考慮 $\cos x$ 微分後是 $-\sin x$

38. 考慮 $\frac{1}{x}$ 微分是 $-\frac{1}{x^2}$

46. 考慮 $x - 5$ 微分後為 1

48. 考慮 $x^3 + 1$ 微分後為 $3x^2$

50. 考慮 $x - 4$ 微分後為 1

5-6

2. 考慮 $1 - r^2$ 微分後為 $-2r$ 注意上下界

4. 考慮 $\cos x$ 微分後為 $-\sin x$

8. 考慮 $1 + v^{\frac{2}{3}}$ 微分後為 $\frac{2}{3}v^{\frac{1}{3}}$

15. 考慮 $t^5 + 2t$ 微分後為 $5t^4 + 2$

24. 考慮 $1 + t^{-1}$ 微分後為 $-t^{-2}$

48.50.54.61.63. 畫圖判斷、找交點後積分，注意若有上下界函數變動則需要分割積分

73. 一樣畫圖判斷，但注意在第一象限中

76. 一樣畫圖判斷找交點後決定範圍後積分。

解答：

5-1(a) $\frac{77}{60}$, (b) $\frac{25}{12}$, (c) $\frac{496}{315}$

5-2

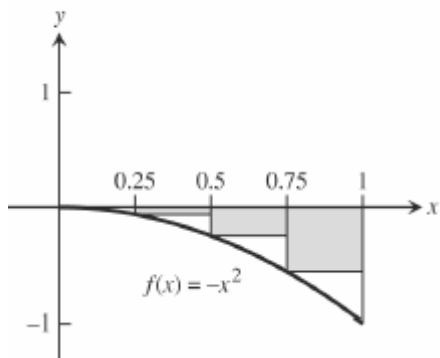
21. -56

26.308

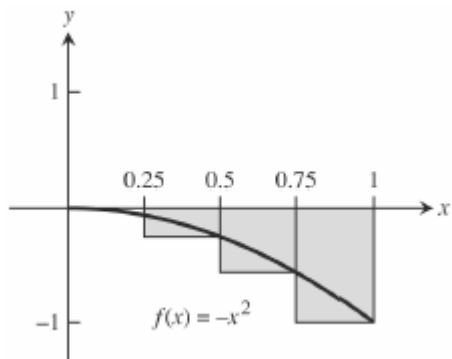
27.3376

32.(a) $1 + 2n^2$, (b) c , (c) $\frac{n+1}{2n}$

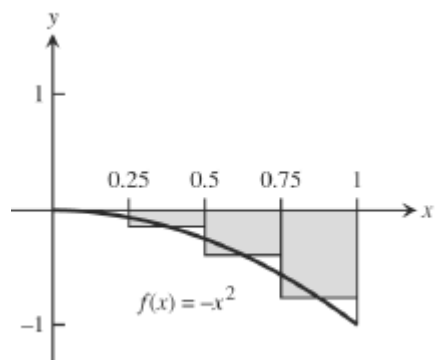
34.(a)



(b)



(c)



5-3

1. $\int_0^2 x^2 dx$

$$4. \int_1^4 \frac{1}{x} dx$$

$$6. \int_0^1 \sqrt{4-x^2}$$

$$29. \frac{1}{2}$$

$$34. 0.009$$

$$44. -1$$

$$45. -\frac{7}{4}$$

$$49. 0$$

$$52. \frac{\pi b^3}{3}$$

$$54. \frac{1}{4}b^2 + b$$

$$56. -\frac{3}{2}$$

$$61.$$

$$(a) -\frac{1}{2}, (b) 1, (c) \frac{1}{4}$$

$$5-4$$

$$1.6$$

$$8. \frac{5}{2}$$

$$14. \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$19. -\frac{8}{3}$$

$$24. -\frac{137}{20}$$

$$27. 16$$

$$29. \frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$$

$$30. 3 \sin^2 x \cos x$$

$$41. \frac{28}{3}$$

$$44. \frac{83}{4}$$

5-5 **注意，不定積分後常數項的 C 是重要的，沒有寫的人考試一定會扣分。**

若用變數變換做不定積分，最後的答案一定要代回原本的變數

$$8. -\frac{1}{4} \cos 2x^2 + C$$

$$11. -6(1 - r^3)^{\frac{1}{2}} + C$$

$$13. \frac{1}{3}(x^{\frac{3}{2}} - 1) - \frac{1}{6}\sin(2x^{\frac{3}{2}} - 2) + C$$

$$16. \frac{2}{5}\sqrt{5x + 8} + C$$

$$19. -\frac{2}{5}(1 - \theta^2)^{\frac{5}{4}} + C$$

$$21. -\frac{2}{1 + \sqrt{x}} + C$$

$$25. \frac{1}{2}\sin^6 \frac{x}{3} + C$$

$$31. \frac{1}{2\cos(2t+1)} + C$$

$$38. \frac{2}{3}\left(1 - \frac{1}{x}\right)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$46. \frac{3}{7}(x - 5)^{\frac{7}{3}} + \frac{15}{2}(x - 5)^{\frac{4}{3}} +$$

$$48. \frac{2}{5}(x^3 + 1)^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3}(x^3 + 1)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$50. -(x - 4)^{-1} - 2(x - 4)^{-2} + C$$

5-6

$$2. \frac{1}{3}$$

4. 2

$$8. \frac{70}{27}$$

$$15. 2\sqrt{3}$$

$$24. \frac{1}{2} - \frac{1}{4}\sin 2$$

$$48. \frac{2a^3}{3}$$

$$50. \frac{64}{3}$$

54. 4

$$61. \frac{56}{15}$$

63. 4

73. 1

$$76. (a) \frac{32}{3}, (b) \frac{32}{3}$$