108 學年度第二學期

電腦概論與程式設計: 小考 (2)

日期: 2020/05/26(二), 11:00 12:00

授課教師：吳漢銘 (臺北大學統計學系副教授)

請仔細閱讀每一個注意事項 (禁止討論)

1. 寫作業/考試要點
   (a) 可參考課本、上課講義 (包含電子檔) 及其它資料。
   (b) 問問題，請多利用課程助教。
   (c) 儘量不要與別人 (或同學) 討論，自己做，不可參考同學的答案，不可抄襲。
   (d) 程式設計題，若程式碼直接複製 (或照抄) 講義上的以不給分為原則。
   (e) 有問題者，請發 e-mail 或 FB 私訊問助教或老師。
   (f) 不按照規定作答者，酌量扣分。
   (g) 請參照下列文件第 2 ∼ 4 頁寫作規定，不按照規定作答者，會扣分。
   `http://www.hmwu.idv.tw/web/teaching/doc/R-how-homework.pdf`
2. 上傳答題檔案:
   (a) 於課程網站上登入 [作業考試上傳區]，帳號: `r1082`。密碼: `xxxxx`。
   (b) 上傳答題檔案時，請注意「正確目錄」。
   (c) 若傳錯，請最終要上傳一份正確的的答題檔案。
   (d) 請上傳「`學號-姓名-R-exam2.docx`」。(學號及姓名，改成自己)
   (e) 若上傳檔案格式錯誤，內容亂碼，空檔等等問題。請自行負責。
   (f) 若要重覆上傳 (第 2 次以上)，請在檔名最後加「–2」、「–3」，例如: 「`學號-姓名-R-exam2-2.docx`」等等。
   (g) 上傳兩次 (含) 以上、格式不合等等酌量扣分。

我已經仔細閱讀上述各注意事項，若有違背，會自行負責。

R: 2D/3D 繪圖、機率分佈

1. 二元常態分佈記做 $(X_1, X_2) \sim BVN(\vec{\mu}, \Sigma)$，其聯合機率密度函數表示如下:

$$f(\vec{x}) = f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{1}{det(\Sigma)}\right]^{1/2} exp\left[\frac{-1}{2}(\vec{x}-\vec{\mu})^t\Sigma^{-1}(\vec{x}-\vec{\mu})\right],$$

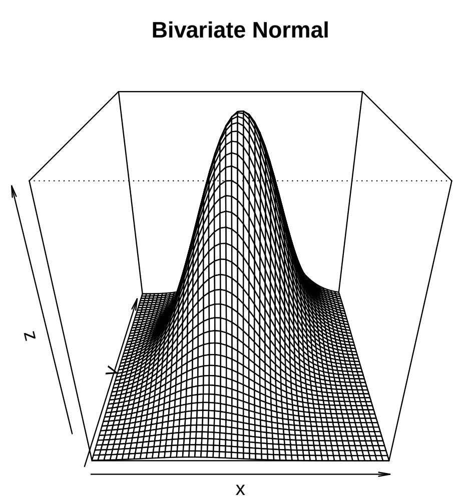
其中 $\vec{\mu} = (\mu_1, \mu_2)^t$ 為 (X_1, X_2) 之平均向量，$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{bmatrix}$ 為共變異數矩陣, $det(\Sigma) = \sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{12}\sigma_{21}$ 為共變異數矩陣之行列式。若假設有二元常態隨機變數 (X_1, X_2)，其平均向量為 $\vec{\mu} = (0, 1)^t$, 共變異數矩陣為 $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 2 \end{bmatrix}$，試回答下列各小題。

(a) 利用 `dmvnorm {mvtnorm}`，計算二元常態分佈 $f(x_1 = 1, x_2 = 2)$ 之機率密度函數值。

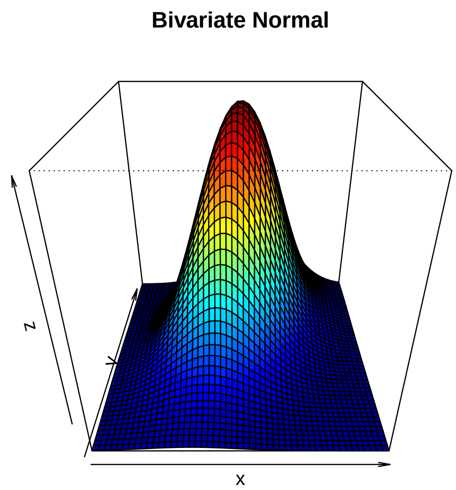
(b) 利用 `dmvnorm {mvtnorm}` 及下列提示，計算二元常態分佈 $f(x_1 = -1, x_2 = 2), f(x_1 = 0, x_2 = 1), f(x_1 = 1, x_2 = 2)$ 之機率密度函數值。(提示: (1) `x1 <- c(-1, 0, 1)`; (2) `x2 <- c(2, 1, 2)`; (3) `cbind(x1, x2)`)

(c) 利用 `persp {graphics}`, 畫出此二元常態聯合機率密度函數圖如下 (提示: `outer`, `phi = 30`):

```
x <- seq(-3, 3, length = 50)
y <- seq(-3, 3, length = 50)
z <- outer(x, y, function(a, b) ...)
...
```



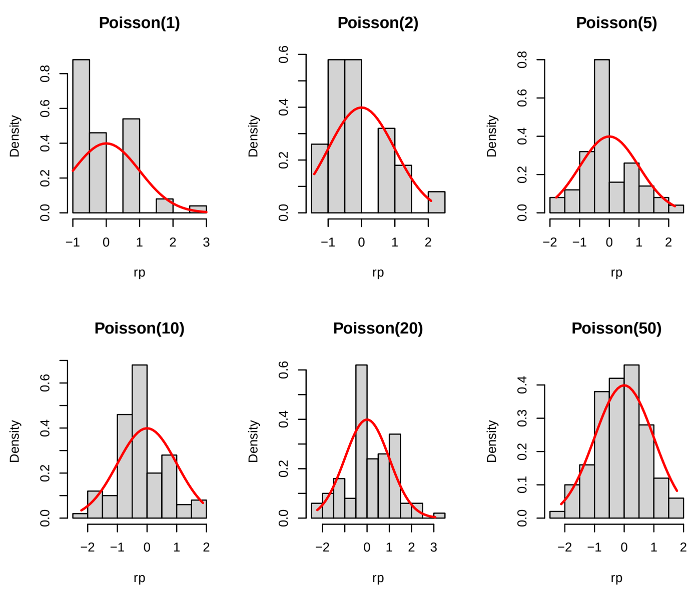
(d) 同上小題，以 `tim.colors {fields}` 為色階 (取 100 色)，畫出此二元常態聯合機率密度函數圖如下 (提示: `?persp`):



2. 以常態分佈逼近布瓦松 (Poisson) 分佈 (Normal Approximation to Poisson Distribution):

$$\text{If } X \sim Poisson(\lambda) \text{ then } \frac{X-\lambda}{\sqrt{\lambda}} \xrightarrow{d} Normal(0,1) \text{ for a sufficient large } \lambda.$$

使用 $\lambda = 1, 2, 5, 10, 20, 50$ 重覆下列步驟來驗証。(共 6 個圖，請畫成一頁 2×3, `set.seed(123456)`): (1) 隨機產生 100 個 $Poisson(\lambda)$ 隨機數，將資料利用 $\frac{x-\lambda}{\sqrt{\lambda}}$ 轉換後，畫出其直方圖 (圖標題是 Poisson(λ)，λ 需換成數字)。(2) 在直方圖上加上 (紅色) 標準常態分佈曲線。



3. 一袋中有 6 顆白球 4 顆紅球，隨機從中抽取 3 球 (取出不放回)，若 $P(A)$ 代表抽中 2 顆白球及 1 顆紅球的機率，試求 $P(A)$。

$$P(A) = \frac{C_2^6 C_1^4}{C_3^{10}} = \frac{1}{2}.$$

小明想要以程式方式模擬抽球來計算此機率。

(a) 若設定 `set.seed(123456)`，列出「一袋中有 6 顆白球 4 顆紅球，隨機從中抽取 3 球」實驗一次的結果，並計數印出白球及紅球各出現之個數。

(b) 同上小題，重覆上述實驗 10 次，計數並印出白球及紅球各出現之個數, 如下。

```
> DrawResult
   白球 紅球
1     1    2
2     2    1
3     2    1
4     2    1
5     0    3
6     1    2
7     2    1
8     2    1
9     1    2
10    1    2
```

(c) (待續，不用做)(同上小題，重覆上述實驗 100 次，計算抽中 2 顆白球及 1 顆紅球的機率。)